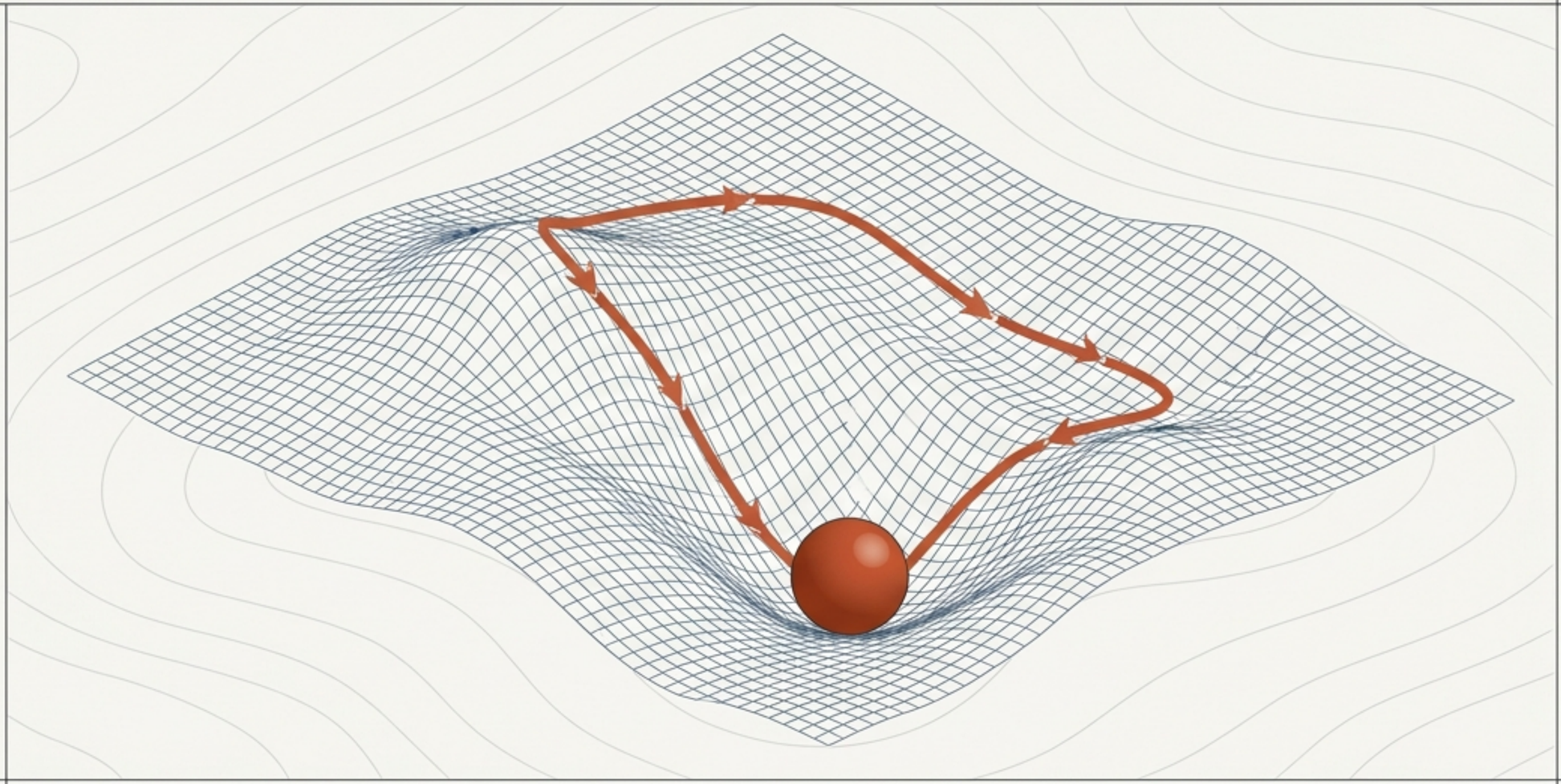
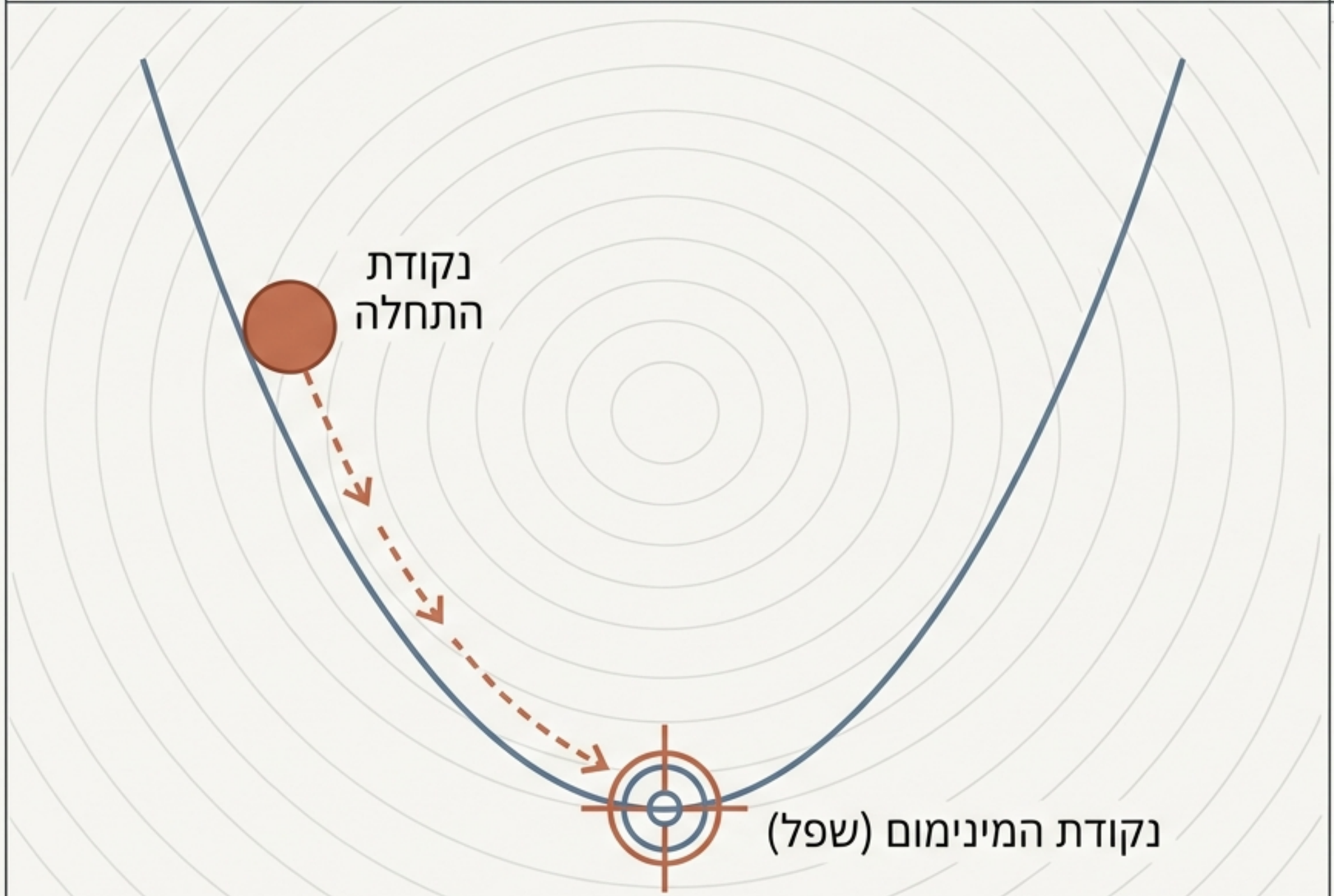
המנוע המתמטי של למידת מכונה

מסע מהנגזרת ועד לרגרסיה הלינארית



Gemini Notebook

המטרה המרכזית: למצוא את נקודת השפל



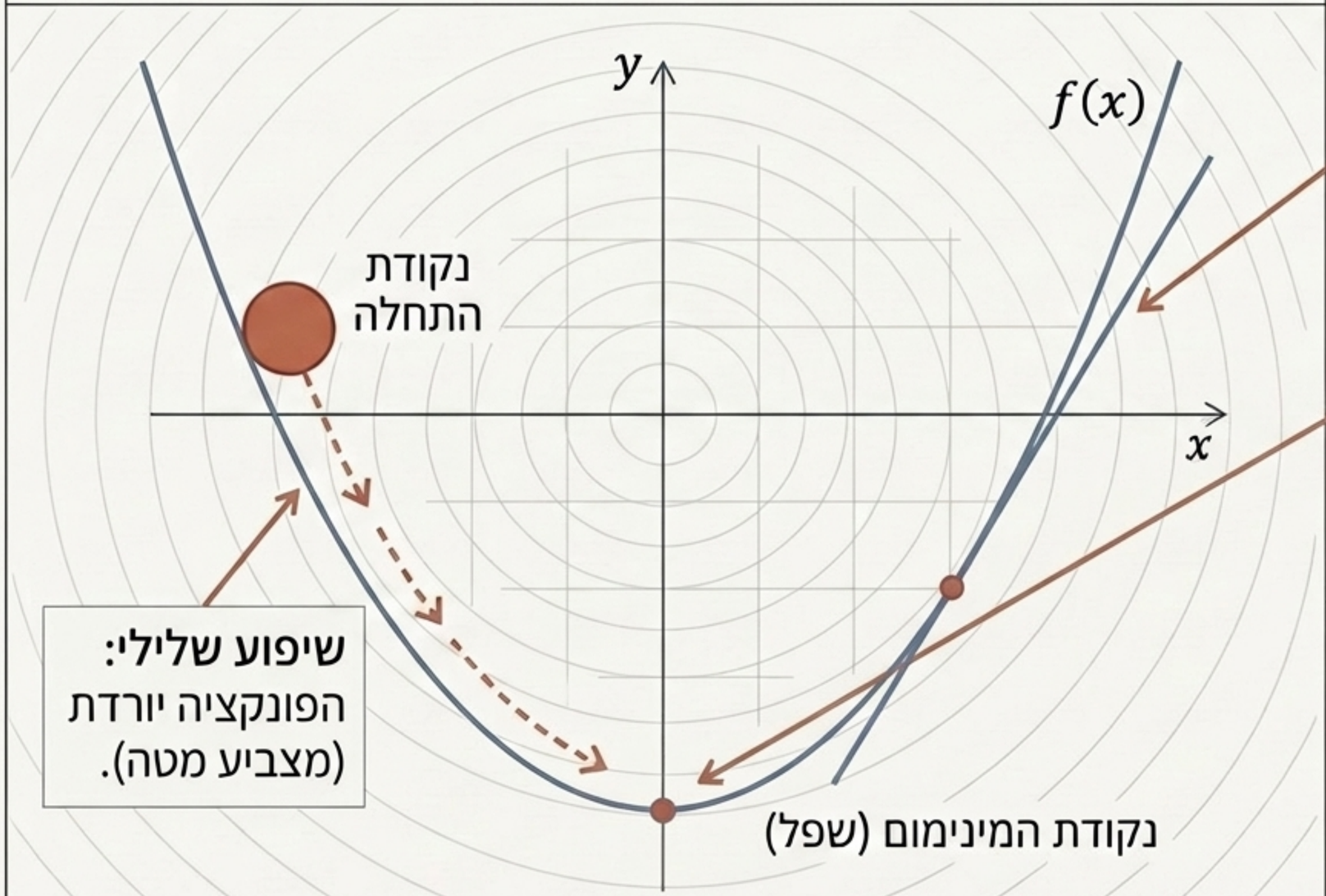
בלמידת מכונה, המטרה היא למזער שגיאות.

השגיאות הללו מיוצגות כעקומה – פונקציית הפסד (Loss Function).

המשימה שלנו: למצוא את הדרך המהירה והיעילה ביותר אל התחתית, שם השגיאה היא מינימלית.

Gemini Notebook

הנגזרת היא המצפן שלנו



שיפוע חיובי: הפונקציה עולה (מצביע מעלה).

שיפוע אפס: הגענו לתחתית או לפסגה.

שיפוע שלילי: הפונקציה יורדת (מצביע מטה).

$$f'(x) = \lim_{d \to 0} \frac{f(x+d) - f(x)}{d}$$

מבחינה גיאומטרית - זהו שיפוע המשיק

Gemini Notebook

ארגז הכלים הבסיסי: חוקי גזירה

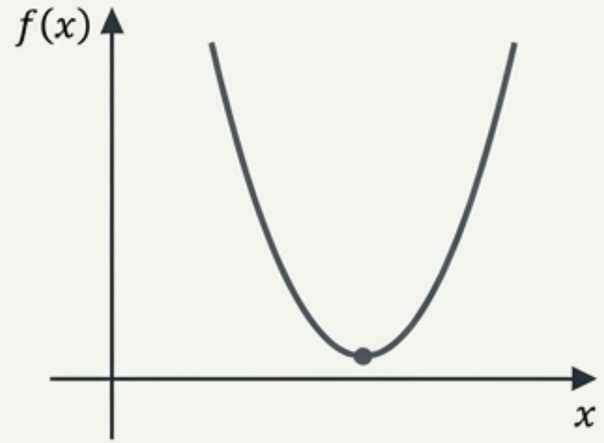
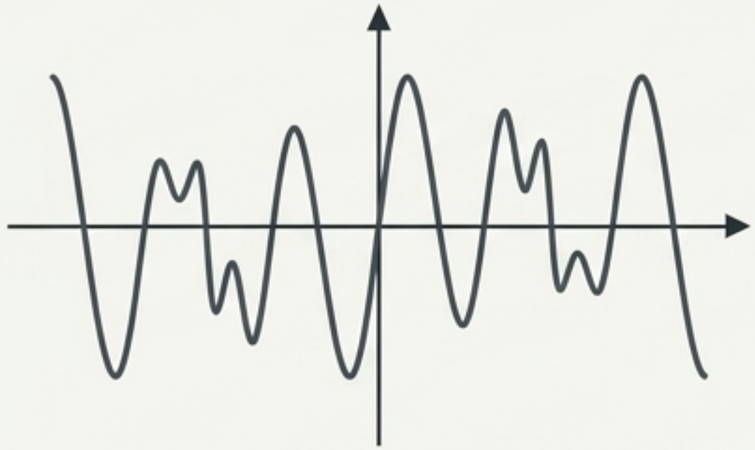
כללי התמרה נפוצים לחישוב שיפועים באופן אנליטי.

אות קלט: $f(x)$		שיפוע פלט: $f'(x)$
x^2	→	$2x$
x^n	→	$n \cdot x^{n-1}$
e^x	→	e^x
$\ln(x)$	→	$\frac{1}{x}$

Gemini Notebook

המכשול המציאותי: למה אלגברה לא מספיקה?

Diagnostic Matrix

הגישה האנליטית - כיתת מתמטיקה	הגישה הנומרית - עולם למידת המכונה
	
$f(x) = x^{\wedge}2 - 10x + 5$ $2x - 10 = 0$ $x = 5$ קל לבידוד ולפתרון.	$f(x) = x * \cos(x)$ $\cos(x) - x * \sin(x) = 0$ $x = \cot(x)$ בלתי אפשרי לבידוד מתמטי.

משוואות מורכבות מונעות מאיתנו 'לקפוץ' ישירות לפתרון דרך השוואת הנגזרת לאפס.
הפתרון? חיפוש צעד-אחר-צעד (חיפוש נומרי).

Gemini Notebook

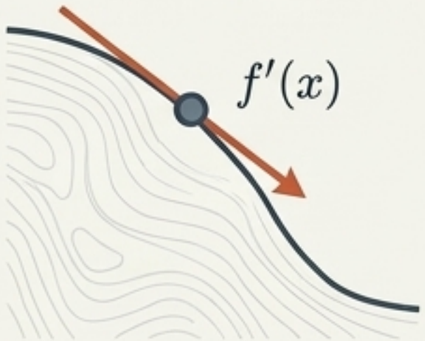


הפתרון: ירידה הדרגתית במדרון (Gradient Descent)

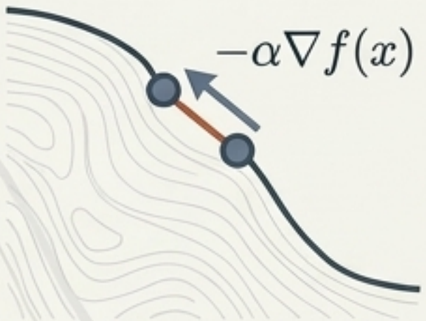
1. נחש נקודת התחלה



2. הרגש את השיפוע בעזרת הנגזרת



3. קח צעד קטן בכיוון ההפוך לשיפוע

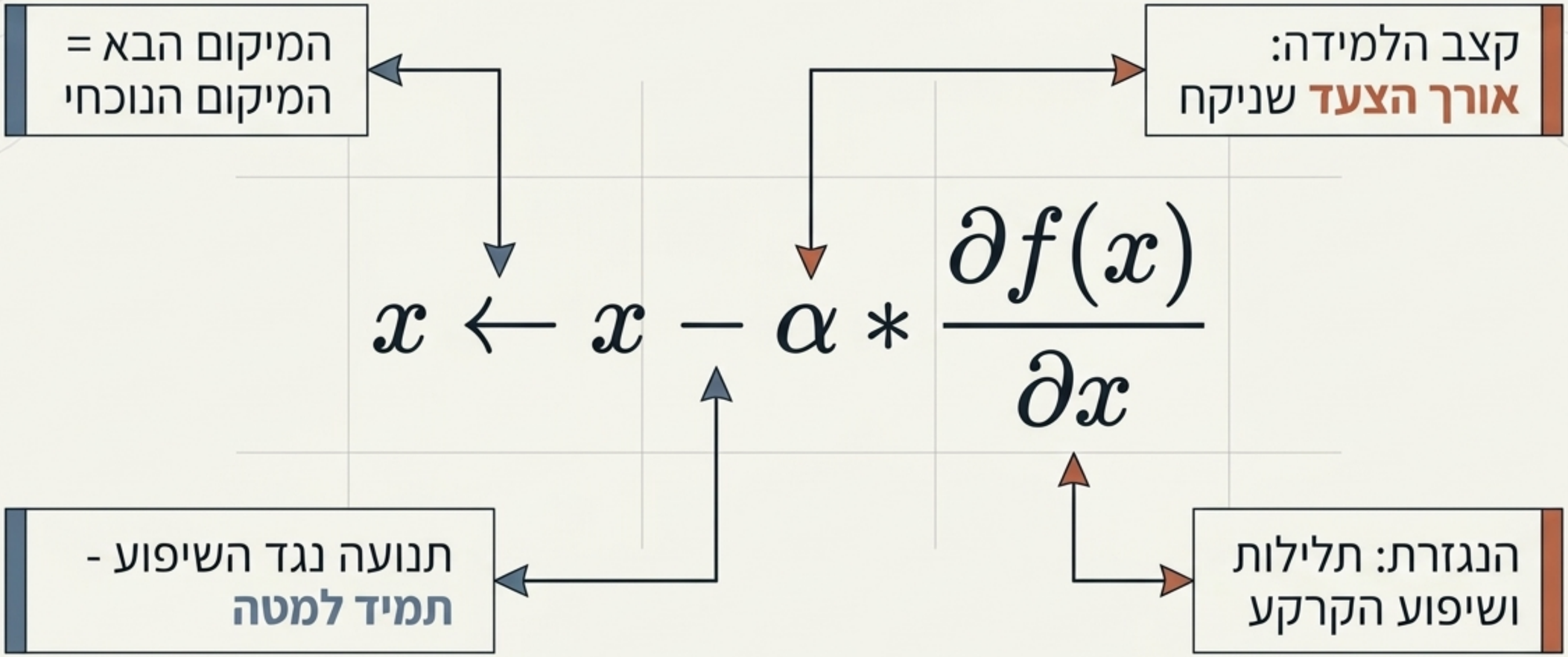


4. חזור על הפעולה עד להגעה לעמק



Gemini Notebook

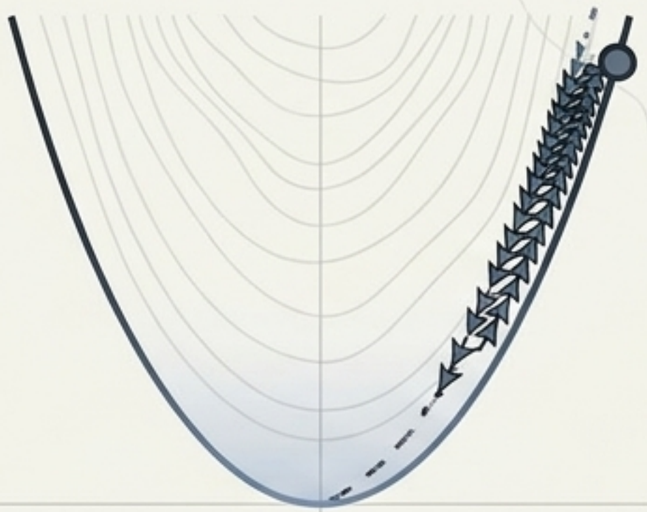
מנגנון העדכון: איך המחשב לוקח צעד?



Gemini Notebook

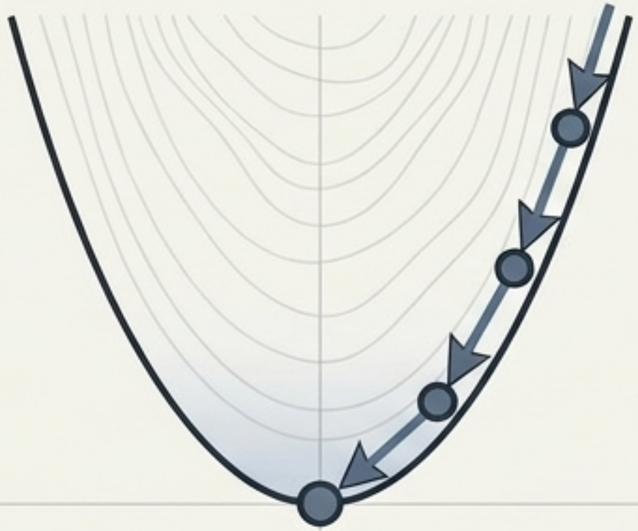
בחירת קצב הלמידה (α): עניין של איזון

α קטן מדי



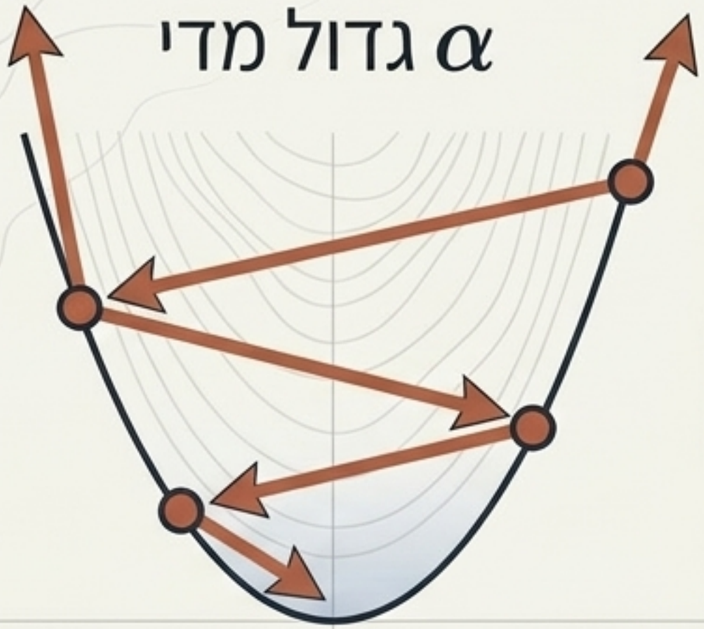
איטי להחריד - לוקח נצח להגיע למינימום.

α מדויק



אידיאלי - התכנסות חלקה ומהירה.

α גדול מדי

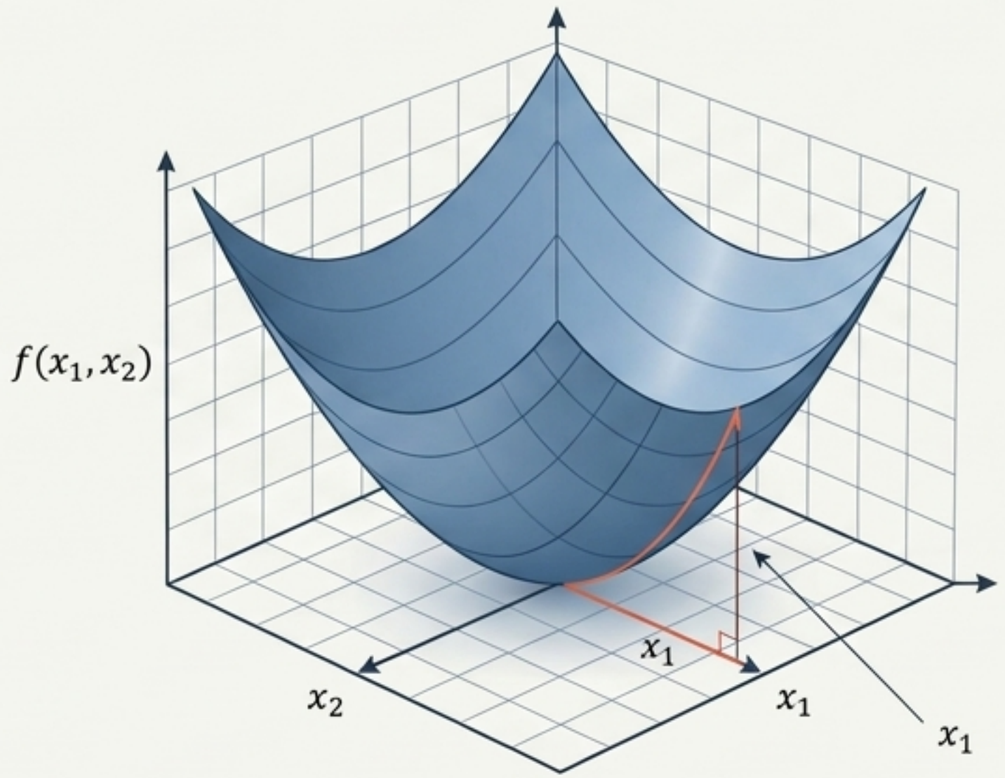


צעד גדול מדי - מפסופסים את העמק לחלוטין.

Gemini Notebook

מעבר לתלת-ממד: נגזרות חלקיות

- מודלים אמיתיים מכילים יותר ממשתנה אחד. כדי למצוא את המדרון במרחב תלת-ממדי, אנו משתמשים בנגזרות חלקיות.
- הטריק: כדי לגזור לפי x_1, אנו 'מקפיאים' את x_2 ומתייחסים אליו כקבוע. אנו בודקים את השיפוע בכיוון אחד בלבד בכל פעם.
- הסימון החדש: $\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}$ במקום הסימון הרגיל d.



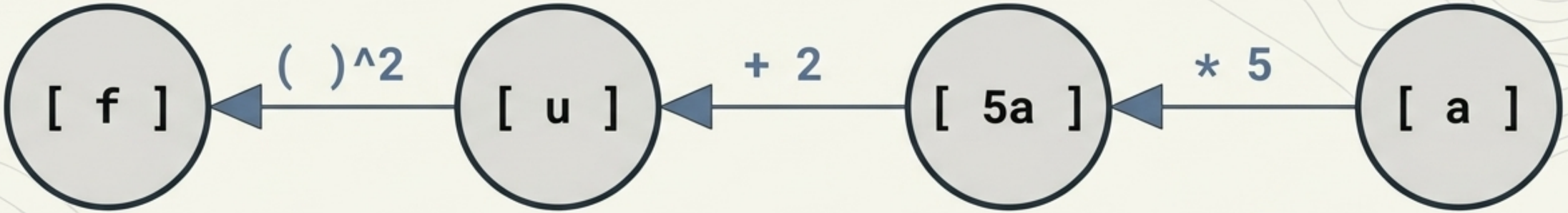
Gemini Notebook

מורכבות משורשרת: פונקציות בתוך פונקציות

$$\frac{\partial f(g(x))}{\partial x} = \frac{\partial f(g)}{\partial g} * \frac{\partial g(x)}{\partial x}$$

Gemini Notebook

הארכיטקטורה של חישוב (Computational Graph)



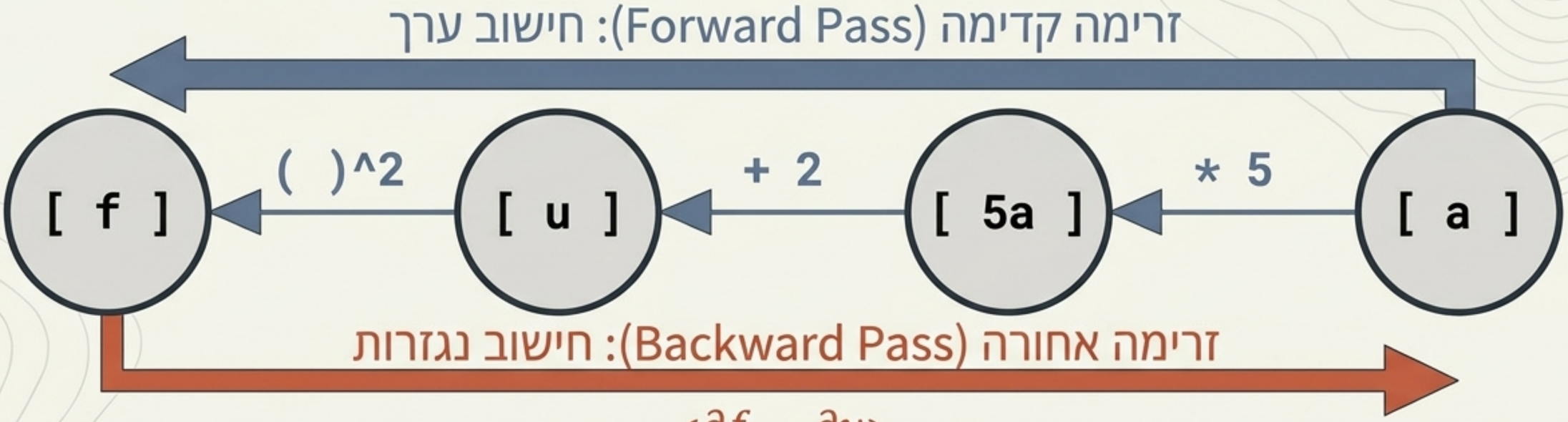
איך מחשבים מתמודדים עם מתמטיקה עמוקה? הם מפרקים משוואות לפעולות אטומיות.

כל צומת בגרף (Node) מבצע פעולה פשוטה אחת, ומעביר את התוצאה הלאה.

המשוואה המלאה: **f = (5a + 2)^2**

Gemini Notebook

הלוך ושוב: זרימת נתונים ושיפועים



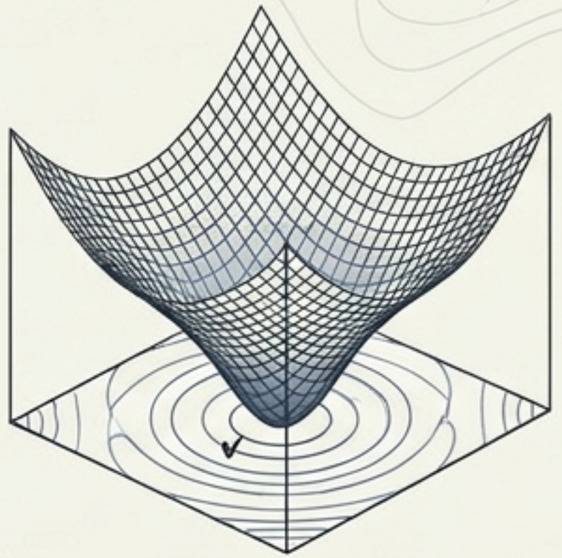
$$\left(\frac{\partial f}{\partial u} * \frac{\partial u}{\partial a}\right)$$

הגרף מאפשר למחשב לחלץ את השיפוע המדויק של כל פרמטר במודל על ידי תנועה לאחור והכפלת נגזרות, באופן אוטומטי לחלוטין בעזרת כלל השרשרת.

Gemini Notebook

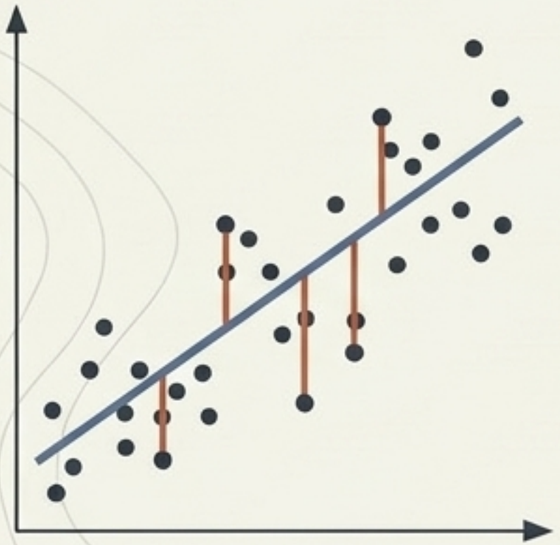
נקודת חיבור: מהמתמטיקה לרגרסיה לינארית

עולם המתמטיקה



הפונקציה המורכבת $f(x,y)$	←	פונקציית ההפסד (Loss Function) המודדת את סך סך השגיאות
המשתנים x, y	←	המשקלים והפרמטרים של המודל (m, b)
מציאת נקודת המינימום במרחב	←	מציאת קו המגמה המדויק ביותר שעובר דרך הנתונים

למידת מכונה (רגרסיה לינארית)



Gemini Notebook

התמונה המלאה: מעגל הלמידה

1. ייצור תחזיות:
המודל מנסה להעביר
קו דרך הנתונים.

2. חישוב שגיאה (Loss)
מדידת המרחק בין
התחזית למציאות.



4. עדכון משקלים:
לקיחת צעד
(Gradient Descent)
לכיוון המינימום.

3. חילוץ שיפועים:
חישוב הנגזרות
בגרף כדי להבין
לאיזה כיוון לתקן.

Gemini Notebook

המנוע המתמטי מוכן לפעולה.

רכשתם כעת את כל התשתית המתמטית.
הנגזרת היא המצפן, וירידה במדרון היא רכב השטח שלכם.

השלב הבא: הפעלת הסרטון על רגרסיה לינארית, וצפייה בכלים הללו מוצאים את קו המגמה המושלם.

Gemini Notebook